

بسمه تعالی

۸۱/۴/۹

آزمون پایان نیمسال کنترل دیجیتال و غیرخطی

۱) برای یک سیستم نوع صفر، یک کنترل کننده PI بصورت $k(1 + \frac{1}{T_i s})$ در نظر گرفته شده است.

الف- تقریب دیجیتالی این کنترل کننده را به روشهای زیر بدست آورید:

- تبدیل تفاضلی مستقیم - تبدیل تفاضلی معکوس - تبدیل دو خطی - تبدیل دو خطی با

پیش تاب فرکانسی بگونه ای که پاسخ فرکانسی دیجیتالی و پیوسته در فرکانس $\frac{1}{T_i}$ مساوی شوند.

ب- خطای ماندگار به ورودی شیب با بکارگیری کدامیک از تقریبهای فوق، کمتر خواهد بود.

ج- با فرض $T_s = \frac{1}{4} T_i$ صفر هر یک از تقریبهای فوق را بدست آورده و سپس اندازه و فاز هر

یک را در فرکانس $\frac{2}{T_i}$ بدست آورده و با اندازه و فاز کنترل کننده پیوسته در همین فرکانس،

مقایسه نمایید و با تکیه به این مقایسه بگویید کدامیک از تقریبها را بهتر میدانید؟

۲) مسئله طراحی کنترل فیدبک دار ساده زیر را در نظر بگیرید.

الف- $H(z)$ را برای رسیدن به حداقل زمان نشست برای ورودی مرجع شیب، ارائه کنید و تابع

تبدیل از ورودی مرجع r به خروجی y و از ورودی مرجع به ورودی سیستم اصلی u بدست آورید.

$y[n]$ و $u[n]$ را برای ورودی مرجع پله واحد بدست آورده و روی یک شکل رسم کنید. همه

کارهای بالا را بر حسب $T_s = \frac{1}{3}$ انجام دهید.

ب- با استفاده از فن مکان هندسی ریشه ها، با رسم شکل مناسب دقیقاً توضیح دهید که این کنترل

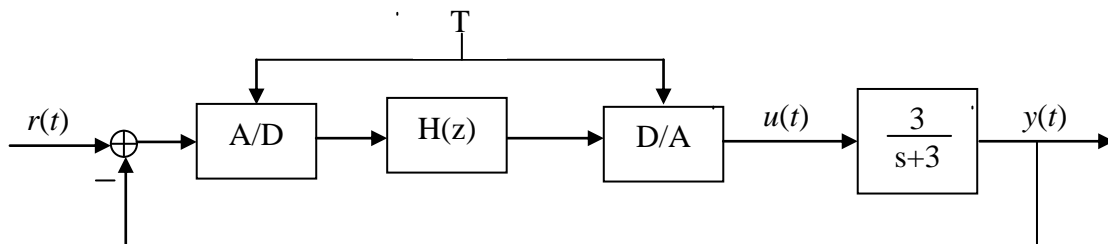
کننده، چگونه عمل کرده است.

ج- واقعیت این است که مدل داده شده در شکل، تقریبی بوده و به غیر از یک قطب در -3 ، قطب

دیگری در -30 نیز وجود داشته است. حال با توجه به این حقیقت، بوسیله فن مکان هندسی ریشه

ها، تعیین کنید که همان کنترل کننده طراحی شده در الف، قطبهای حلقه بسته را واقعاً کجا برده

است؟



۳) معادلات سرعت‌های زاویه ای جسمی که برآیند گشتاورهای وارده به آن صفر است، حول محورهای اصلی اش، بصورت زیر است:

$$\underline{\omega} = \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} \quad I = \begin{bmatrix} I_x & 0 & 0 \\ 0 & I_y & 0 \\ 0 & 0 & I_z \end{bmatrix}, \quad I_x > I_y > I_z, \quad a = \frac{I_y - I_z}{I_x}, b = \frac{I_x - I_z}{I_y}, c = \frac{I_x - I_y}{I_z}$$

$$\begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \\ \dot{z} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a & yz \\ -b & xz \\ c & xy \end{bmatrix} \quad a, b, c > 0$$

الف- تمامی نقاط تعادل ممکن این سیستم را تعیین کنید و در فضای حالت سه بعدی نمایش دهید.

ب- به روش خطی سازی لیاپانوف، نشان دهید تعادلهای $(0, y_0, 0)$ ناپایدارند.

ج- میخواهیم به روش تابع لیاپانوف نشان دهیم که تعادلهای $(x_0, 0, 0)$ پایدارند. این را بکمک تابع پیشنهادی زیر دقیقاً استدلال کنید و سپس بگویید آیا این پایداری مجانبی است؟

$$W(x, y, z) = cy^2 + bz^2 + [2acy^2 + abz^2 + bc(x^2 - x_0^2)]^2$$

۴) سیستم حلقه بسته و داده های زیر را در نظر بگیرید. الف- بگویید شیب m حداقل چقدر باید باشد تا امکان ایجاد سیکل حدی بوجود آید؟ ب- با فرض $m=4$ فرکانس و دامنه سیکلهای حدی ممکنه را بدست آورید. ج- پایداری و ناپایداری هر یک را با استدلال تعیین کنید. د- در یک شکل کیفی مناسب و با در نظر گرفتن فقط دو متغیر حالت، هر یک از سیکلهای حدی را نمایش داده و مسیرهای حالت را حول آنها بطور کیفی حدس بزنید.

